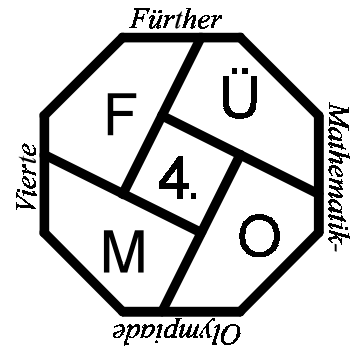


# Vierte Fürther Mathematik-Olympiade



## Klassenstufen 5 / 6 Die Lösungen der 1. Runde

### Aufgabe 1:

Es ist nicht sinnvoll, auf die bezahlten 27 DM die 2 DM für den Kellner zu *addieren*, da sie einen Teil der 27 DM bilden. Subtrahiert man sie, erhält man die 25 DM, die das Essen gekostet hat. Um 30 DM zu erhalten, müßten die 3 DM addiert werden, die der Kellner zurückgegeben hat.

### Aufgabe 2:

Man baut die Addition z.B. von rechts auf:

$$\begin{array}{r} 2 \dots\dots\dots 33555 \\ + 3 \dots\dots\dots 52222 \\ \hline = 555778 \dots \mathbf{85777} \end{array}$$

Es folgt  $x=4$ ,  $y=3$ . Also hat die Addition die Form

$$\begin{array}{r} 2 \dots\dots 23333555 \\ + 3335 \dots\dots 52222 \\ \hline = 555\mathbf{778} \dots \mathbf{85777} \end{array}$$

Damit sich links im Ergebnis zwei Ziffern 7 bilden, muß  $w = 5$  sein.

$$\begin{array}{r} 222223333555 \\ + 33355552222 \\ \hline = 555778885777 \end{array}$$

Schließlich folgt  $z = 3$ .

### Aufgabe 3:

Dreistellige Spiegelzahlen haben die Form  $xyx$  mit  $x$  von 1 bis 9,  $y$  von 0 bis 9.

Es gibt 90 Stück.

$$\begin{aligned} & (101+111+121+131+\dots+191)+(202+212+222+\dots+292)+\dots+999= \\ & = (101+101+10+101+20+101+30+\dots+101+90)+(202+202+10+202+20+\dots+202+90)+\dots= \\ & = 10 \cdot 101 + 10 \cdot (1+2+3+4+5+6+7+8+9) + 10 \cdot 202 + 10 \cdot (1+2+3+4+5+6+7+8+9) + \dots = \\ & = 10 \cdot 101 + 10 \cdot 45 + 10 \cdot 202 + 10 \cdot 45 + \dots + 10 \cdot 909 + 10 \cdot 45 = \\ & = 10 \cdot 101 \cdot (1+2+3+4+5+6+7+8+9) + 10 \cdot 45 \cdot 9 = \\ & = 10 \cdot 101 \cdot 45 + 10 \cdot 45 \cdot 9 = 45450 + 4050 = 49500 \end{aligned}$$

Vierstellige Spiegelzahlen haben die Form  $xyyx$  mit  $x$  von 1 bis 9,  $y$  von 0 bis 9.

Auch hier gibt es 90 Stück.

$$\begin{aligned} & (1001+1111+1221+1331+\dots+1991)+(2002+2112+\dots)+\dots+9999= \\ & = (1001+1001+110+1001+220+\dots+1001+990)+(2002+2002+110+\dots+2002+990)+\dots= \\ & = 10 \cdot 1001 + 110 \cdot (1+2+3+4+5+6+7+8+9) + 10 \cdot 2002 + 110 \cdot (1+2+3+4+5+6+7+8+9) + \dots = \\ & = 10 \cdot 1001 \cdot (1+2+3+4+5+6+7+8+9) + 110 \cdot 45 \cdot 9 = \\ & = 10 \cdot 1001 \cdot 45 + 110 \cdot 45 \cdot 9 = 450450 + 44550 = 495000 \end{aligned}$$

3

6

6

15