

Lösungen 14. FÜMO 2005/2006 1. Runde Klassenstufe 7

Aufgabe 1:

5 PUNKTE

Z=123456789101112131415161718192021...20042005

Streichen: 1,...,8	entspricht 8 Ziffern
10,...18 und die 1 von 19	entspricht 19 Ziffern
20, 28 und die 2 von 29	entspricht 19 Ziffern
30, 38 und die 3 von 39	entspricht 19 Ziffern
40, 48 und die 4 von 49	entspricht 19 Ziffern
50, 58 und die 5 von 59	entspricht 19 Ziffern
60, 68 und die 6 von 69	entspricht 19 Ziffern
70, 78 und die 7 von 79	entspricht 19 Ziffern
80, 88 und die 8 von 89	entspricht 19 Ziffern

Bisher sind $(8 + 8 \cdot 19) = 160$ Ziffern gestrichen

Streichen der Einerziffer von 90 bis 98 entspricht 9 Ziffern

Streichen einer Ziffer Null bei der Zahl 100

Somit sind $160 + 9 + 1 = 170$ Ziffern gestrichen.

Die gesuchte Zahl heißt:

999 999 999 999999 99999 10 101 102 103 104 105 106...2004 2005

Aufgabe 2:

5 Punkte

$$a = 10^{2004} = \underbrace{10 \ 0 \ \dots \ 0}_{2004 \text{ Ziffern Null}} \text{ und } 2004 = 2002 + 2 = 286 \cdot 7 + 2$$

$$b = a - 100 = \underbrace{9 \ 9 \ \dots \ 9 \ 0 \ 0}_{2002 \text{ Ziffern } 9} = 9999999 \cdot \underbrace{10000001000000\dots1000000100}_{285 \text{ mal die Ziffernfolge } 1000000}$$

$$z = b + 9999999 = 10^{2004} + 9999899 = \underbrace{1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0}_{1997 \text{ Ziffern Null}} 9 \ 9 \ 9 \ 8 \ 9 \ 9$$

Aufgabe 3:

5 Punkte

$A_0 = \text{Fläche von 1 Kästchen}$

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{2}(2005^2 + 2004 \cdot 2006) \cdot 4 + 7\right) \cdot A_0 = \\ &= \left(2 \cdot (2005^2 + (2005 - 1) \cdot (2005 + 1)) + 7\right) \cdot A_0 = \\ &= \left(2(2005^2 + 2005^2 - 1) + 7\right) \cdot A_0 = \\ &= (4 \cdot 2005^2 + 5) \cdot A_0 = \\ &= 16\,080\,105 \cdot A_0 \end{aligned}$$

oder:

$$\begin{aligned} A &= \left((2004 + 2005 + 2)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2004\right) \cdot A_0 = \\ &= (4011^2 - 8016) \cdot A_0 = \\ &= 16\,080\,105 \cdot A_0 \end{aligned}$$

